



**UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL**  
**CAMPUS DE CHAPECÓ**  
**CURSO DE MATEMÁTICA**

**ELIZIANE COMACHIO**

**OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E AS TECNOLOGIAS**  
**DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO NA APRENDIZAGEM DE**  
**GEOMETRIA**

**CHAPECÓ**  
**2018**

**ELIZIANE COMACHIO**

**OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E AS TECNOLOGIAS  
DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO NA APRENDIZAGEM DE  
GEOMETRIA**

Trabalho de conclusão do curso de graduação  
apresentado como requisito para obtenção do  
grau de Licenciando em Matemática da  
Universidade Federal da Fronteira Sul.

Orientadora: Profa. Dra. Nilce Fátima Scheffer

**CHAPECÓ**

**2018**

**PROGRAD/DBIB - Divisão de Bibliotecas**

Comachio, Eliziane

Os Registros de Representação Semiótica e as  
Tecnologias da Informação e Comunicação na Aprendizagem  
de Geometria/ Eliziane Comachio. -- 2018.  
47 f.

Orientador: Nilce Fátima Scheffer.

Trabalho de conclusão de curso (graduação) -  
Universidade Federal da Fronteira Sul, Curso de  
Matemática , Chapecó, SC, 2018.

1. Visualização matemática. 2. Representações  
Semióticas. 3. Tecnologias da Informação e Comunicação.  
4. Geometria na Educação Básica. I. Scheffer, Nilce  
Fátima, orient. II. Universidade Federal da Fronteira  
Sul. III. Título.

ELIZIANE COMACHIO

**OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E AS TECNOLOGIAS DA  
INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO NA APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA**

Trabalho de conclusão do curso de graduação  
apresentado como requisito para obtenção do grau de  
Licenciando em Matemática da Universidade Federal  
da Fronteira Sul.

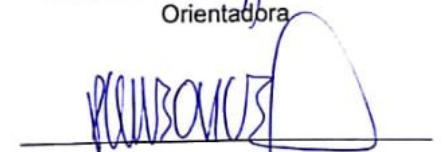
Este trabalho de conclusão de curso foi definido e aprovado pela banca em:

04/07/2018

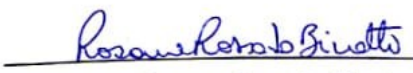
BANCA EXAMINADORA



Profa. Dra. Nilce Fátima Scheffer  
Orientadora



Prof. Dr. Pedro Augusto Pereira Borges  
Membro titular



Profa. Dra. Rosane Rossato Binotto  
Membro titular

## **AGRADECIMENTOS**

Muitas foram às pessoas que contribuíram para que a conquista deste objetivo se concretizasse. Inicio esses agradecimentos aos meus pais, Leonir e Jacilde, os quais desde sempre me incentivaram ao estudo.

Ao meu namorado, Jaison, pela compreensão da minha ausência durante estes quatro anos e meio.

Ao meu sobrinho Igor, pela ajuda, dedicação, companheirismo e paciência.

A minha família, que sempre me apoiou na realização desta graduação.

A minha orientadora, Professora Dra. Nilce Fátima Scheffer incentivadora deste trabalho, dispensando muitas horas de seu tempo para acompanhar-me na sua construção, transmitindo-me seus conhecimento e sugestões.

A todos os professores do curso de Matemática da Universidade Federal da Fronteira Sul, pela contribuição na minha formação. Em especial ao professor Dr. Pedro Augusto Pereira Borges e a professora Dra. Rosane Rossato Binotto, pelo aceite em compor a banca de minha defesa.

Aos meus colegas de graduação, pela companhia durante estes quatro anos e meio, em especial a Angélica, Daniela, Daniel e Fernando, os quais sempre estiveram ao meu lado me mostrando que tudo era possível.

A todas aquelas pessoas que me incentivaram e que acreditaram no meu potencial.

E a Deus, pela oportunidade e pelo amparo nas horas de incerteza e dúvida.

## RESUMO

Este trabalho surge do interesse em levantar pesquisas científicas realizadas nos últimos cinco anos, relacionadas à Teoria dos Registros de Representação Semiótica para o ensino de geometria, observando as possibilidades de representação de conceitos matemáticos através da utilização de Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC). O problema de pesquisa volta-se para: O que a teoria dos Registros de Representação Semiótica, tem contribuído para a pesquisa em Educação Matemática na interação com as TIC no período de 2012 a 2017, a partir de pesquisas em nível de pós-graduação stricto sensu? O estudo insere-se na perspectiva qualitativa, com delineamento bibliográfico, contemplando análise documental de pesquisas científicas, presentes na base de dados da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) nos últimos cinco anos. A organização e a análise dos dados ocorreram a partir da categorização do conteúdo, considerando as contribuições da teoria de Duval para a Educação Matemática, na interação com as TIC, nos últimos cinco anos. Os resultados apontaram que a utilização de representações dos conceitos matemáticos, são realizadas a todo o momento, apropriando-se delas muitas vezes com a utilização de um ambiente dinâmico, o que permitiu realizar o tratamento dos objetos matemáticos. Entretanto, as atividades expressas ao longo dos trabalhos pesquisados, nem sempre oportunizam aos estudantes momentos de conversão.

**Palavras-chave:** Visualização matemática. Representações Semióticas. Tecnologias da Informação e Comunicação. Geometria na Educação Básica.

## **ABSTRACT**

This work stems from the interest in scientific research carried out over the last five years related to the Theory of Semiotic Representation Registers for the teaching of geometry, observing the possibilities of representing mathematical concepts through the use of Information and Communication Technologies (ICT). The research problem turns to: What the theory of the Registries of Semiotic Representation has contributed to the research in Mathematics Education in the interaction with the ICT in the period of 2012 to 2017, from research at the graduate level *stricto sensu*. The study is part of the qualitative perspective, with a bibliographic design, including documental analysis of scientific research, present in the database of the Coordination of Improvement of Higher Education Personnel (CAPES) in the last five years. The organization and analysis of the data took place from the categorization of the content, considering the contributions of the Duval theory to the Mathematics Education, in the interaction with the ICT, in the last five years. The results pointed out that the use of representations of mathematical concepts are carried out at all times, appropriating them often with the use of a dynamic environment, which allowed the mathematical objects to be dealt with. However, the activities expressed during the researches, do not always give students moments of conversion

**Keywords:** Mathematical visualization. Semiotics Representations. Information and Communication Technologies. Geometry in Basic Education.

## SUMÁRIO

|   |    |
|---|----|
| 1 INTRODUÇÃO .....  | 7  |
| 2 A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA .....                                 | 9  |
| 3 AS TIC NO ENSINO DE MATEMÁTICA .....  | 13 |
| 4 PERCURSOS METODOLÓGICOS DO ESTUDO .....   | 16 |
| 5 DADOS E RESULTADOS EM DEBATE .....  | 17 |
| 6 O ENSINO DE GEOMETRIA POR MEIO DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA ..... | 34 |
| 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....  | 38 |
| REFERÊNCIAS .....   | 42 |



## 1 INTRODUÇÃO

A Educação Matemática é uma área da Matemática, que se volta para questões do processo de ensino e de aprendizagem. Esta área não se restringe a apenas meios de fazer os estudantes alcançarem um conhecimento estabelecido previamente, mas também problematiza e reflete sobre o próprio conhecimento matemático.

Atualmente, evidenciamos na Educação Básica uma crescente mudança na forma como os estudantes aprendem, aulas teóricas e tradicionais não são suficientes para proporcionar momentos de aprendizagem a esta nova geração. Desta forma, cabe aos educadores, elaborar alternativas que possam ser atrativas aos olhos dos estudantes e procurem transformar o ambiente de sala de aula mais produtivo e diversificado. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais:

Discussões no âmbito da Educação Matemática que acontecem no Brasil e em outros países apontam a necessidade de adequar o trabalho escolar a uma nova realidade, marcada pela crescente presença da Matemática em diversos campos da atividade humana (BRASIL, 1998, p. 19).

Desta maneira, a Educação Matemática como área de conhecimento, ocupa um papel indispensável na formação do cidadão, e quando utilizada, pode auxiliar no desenvolvimento de aspectos cognitivos importantes como planejar ações e projetar soluções, atribuir conceitos, interpretar e raciocinar.

Geralmente não há compreensão do significado dos conceitos matemáticos, nem de suas relações:

A matemática guarda uma forte dependência das formas de representações e da manipulação dos seus objetos. A história mostra vários exemplos em que determinadas noções só puderam alcançar um certo nível de desenvolvimento a partir do momento em que uma notação adequada foi criada (MORETTI, 2002, p. 344).

De acordo com o autor há necessidade de se utilizar diferentes representações do conceito matemático, que deem suporte à aprendizagem dos estudantes, a fim de que eles consigam desenvolver seu grau cognitivo de conhecimento.

A utilização de tecnologias digitais como instrumento de ensino, está cada vez mais presente nos dias atuais, visto que apresenta diferentes possibilidades à representação de um conceito matemático na escola. Os *Softwares* de geometria ou álgebra, por exemplo, são ferramentas que o professor pode utilizar no ambiente escolar para diversificar sua aula de forma a contribuir para o ensino e a aprendizagem de seus estudantes.

Este trabalho visa aprofundar uma fundamentação A respeito Da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval, e busca analisar suas contribuições para o ensino de Geometria, observando a importância das possíveis formas de representação de um mesmo objeto matemático, a fim de desenvolver no estudante processos de construção do conhecimento a partir da mudança do registro. Diante disso, o estudo tem como problema de pesquisa: O que a teoria dos Registros de Representação Semiótica, tem contribuído para a pesquisa em Educação Matemática na interação com as TIC no período de 2012 a 2017, a partir de pesquisas em nível de pós-graduação stricto sensu?

Para responder a esse problema investigou-se as contribuições da teoria de Raymond Duval às pesquisas em Educação Matemática considerando o processo de visualização na interação com as TIC.

O presente trabalho está dividido em oito capítulos, sendo eles: 1- A introdução, que apresenta uma breve contextualização da matemática nos dias atuais e a importância da visualização dos objetos matemáticos, bem como o problema e os objetivos da pesquisa; 2 - A teoria dos Registros de Representação Semiótica; 3 - As TIC no ensino de matemática, teorias que dão sustentação a organização e análise dos dados; 4 - Os percursos metodológicos do estudo, que apresentam os recursos e métodos utilizados na coleta; 5 - Dados e resultados em debate, que se referem à organização através da categorização; 6 - O ensino de geometria por meio da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, que destaca os objetivos do trabalho e procura responder o problema de pesquisa proposto; 7- As considerações finais, que retoma o problema e os objetivos desenvolvidos baseados no referencial teórico; 8 - As referências bibliográficas.

## 2 A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

A Teoria de Representação Semiótica é fruto das pesquisas elencadas pelo francês Raymond Duval que, a partir de 2003 identificou as contribuições da teoria que tinha seu embrião conceitual em ideias proferidas nas publicações de Charles Sanders Peirce (1839-1914) e Ferdinand de Saussure (1957-1913).

Na matemática em particular, se trabalha constantemente com objetos abstratos e, segundo Duval (2004, p.14) para apropriar-se de um determinado conceito matemático, o sujeito deve recorrer a sua representação. Para o autor a originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo o momento o registro de representação.

Em sua teoria, Duval chama de *Semiose*, a apreensão ou produção de uma representação semiótica e de *Noesis*, a apreensão conceitual de um objeto (DAMM, 2010, p. 177). Ambas tornam-se, portanto, uma condição importante para que haja, de fato, compreensão dos conceitos matemáticos.

O termo Registro de Representação Semiótica é usado pelo autor para indicar diferentes tipos de representação como, por exemplo, escrito em língua natural, escrita algébrica, tabelas, gráficos cartesianos e figuras. Um registro de representação pode ser considerado semiótico quando permitir formação de uma representação identificável, tratamento e conversão.

A formação de uma representação identificável é como uma representação de um registro dado: enunciação de uma frase (compreensível numa língua natural dada), composição de um texto, desenho de uma figura geométrica, elaboração de um esquema, expressão de uma fórmula, etc. Esta formação deve respeitar regras (gramaticais para as línguas naturais, regras de formação num sistema formal, entraves de construção para as figuras). A função destas regras é de assegurar, em primeiro lugar, as condições de identificação e de reconhecimento da representação e, em segundo lugar, a possibilidade de sua utilização para tratamentos.

Tratamentos são transformações de representações dentro de um mesmo registro, por exemplo: “Efetuar um cálculo ficando estritamente no

mesmo sistema de escrita ou representação” (DUVAL, 2003, p. 16). Já conversões, para Duval (2012, p. 274) são transformações de representação que consistem em mudança de registro conservando os mesmos objetos denotados: por exemplo, reconhecer a escrita algébrica de uma circunferência em sua representação gráfica.

No contexto da Psicologia Cognitiva, para Duval (2004), existem diferentes registros nos quais é possível fazer suas representações, o que contribui no funcionamento cognitivo do pensamento:

- O registro da língua natural: utilização de línguas maternas.
- O registro geométrico ou figural: utilização de figuras geométricas planas ou espaciais, construção com instrumentos.
- O registro dos sistemas de escrita e cálculo: numéricos, algébricos, simbólico.
- O registro gráfico: utilização de sistemas de coordenadas.

Quando os significados estão claros é possível construir o conhecimento, ou seja, chegar à *Noesi*, que é a apreensão conceitual do objeto. Esse termo é oriundo da filosofia e indica a atividade do pensamento pela qual se acessa um conhecimento direto e imediato do conceito.

Em sua teoria, Duval esclarece que o trabalho com as representações semióticas é fundamental, mais ainda que não existe *Noesis* sem *Semiose*. A união das ações de representar, fazer tratamentos, fazer conversões, sobre os conceitos é a construção do conhecimento matemático.

A matemática como ciência, não possui objetos de estudos que são palpáveis, ou que podemos facilmente enxergar, portanto representá-los é a forma de acessá-los e compreendê-los.

Diferentemente dos outros domínios do conhecimento científico, os objetos matemáticos não são jamais acessíveis perceptivelmente. O acesso aos objetos passa necessariamente por representação semiótica. Além do que, isso explica por que a evolução dos conhecimentos matemáticos conduziu ao desenvolvimento e à diversificação de registros de representação (DUVAL, 2003, p.21).

De acordo com a teoria de Duval, quando se consegue diversificar os registros de representação para um mesmo objeto de estudo, estaremos realmente construindo o conhecimento.

O autor ressalta que a representação de um objeto nunca pode ser confundida com o objeto de estudo em si, entretanto, o uso de apenas um tipo de registro de representação, pode dificultar essa tarefa de diferenciação.

Ainda, segundo a teoria de Duval, as atividades cognitivas de conversão e tratamento entre os diferentes tipos de representação são fundamentais para compreender os conceitos matemáticos. Realizar a conversão da representação consiste em transformar o tipo de representação utilizado em outro, mantendo o mesmo objeto de estudo.

Em diversas publicações de Duval (2005, 2011) acerca do estudo de geometria, o pesquisador enfatiza os processos cognitivos requeridos por essa área que preenchem as específicas funções epistemológicas: visualização, construção e raciocínio.

A visualização é entendida como a exploração heurística de uma situação complexa, nessa função destacam-se quatro formas de interpretação de figuras na resolução de problemas, denominadas de apreensões: perceptiva, discursiva, operatória e sequencial.

As apreensões perceptivas estão relacionadas aos problemas geométricos que envolvem as maneiras de ver as figuras e, com base nisso, interpretar as formas que as compõem. As apreensões discursivas possuem relação com a interpretação dos elementos da figura geométrica. As apreensões operatórias estão centradas nas possíveis modificações de uma figura inicial e às reorganizações que essas mudanças podem possibilitar. As apreensões sequenciais são explicitamente solicitadas em atividades de construção ou de descrição, tendo como finalidade a reprodução de uma figura geométrica.

Retomando as formas de processo cognitivo requeridos em geometria, Duval (2011) coloca a construção de configurações, a qual pode ser trabalhada através de um modelo, em que as ações realizadas, bem como, os resultados observados, associam-se aos objetos matemáticos representados.

O último processo cognitivo, denominado raciocínio, é considerado como o processo do discurso, que conduz para a prova e a explicação. Embora Duval (2011) descreva separadamente esses três processos cognitivos,

considera que eles estejam entrelaçados e são cognitivamente necessários para a habilidade da geometria.

De acordo com essa teoria, as propriedades puramente qualitativas são consideradas o primeiro limite crítico na aprendizagem de geometria. Isso, conseqüentemente, está relacionado como se dá o ensino que, por sua vez, também é colocado como um processo complexo e decisivo no entendimento de uma abordagem geométrica. Essas propriedades estão enraizadas na percepção e, Duval (2005) afirma que, os conteúdos de geometria estão dispostos no currículo escolar de forma muito limitada, não valorizando esses aspectos.

Como forma de explorar estes aspectos, considera que no ensino de geometria, as figuras devem estar na intersecção de uma grande variedade de atividades que envolvam: observação, reprodução, construção, descrição e definição, entre outros.

Assim, a utilização de mais de um registro de representação e a valorização da visualização dos conceitos matemáticos se faz necessária, no sentido de permitir aos estudantes o desenvolvimento de suas estruturas cognitivas para a construção dos significados. Diante disso, a utilização das TIC pode se apresentar como um recurso mediador nesse processo.

### 3 AS TIC NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Com o avanço das tecnologias nas últimas décadas principalmente dos computadores, verificou-se uma demanda na utilização de recursos de informática na educação. Levando em consideração o cenário atual da sociedade e conseqüentemente da educação pública no estado de Santa Catarina, alguns documentos que dão sustentação a esse sistema, como a Proposta Curricular de Santa Catarina (2014), foi reformulada considerando alguns aspectos, que surgem na última década e influenciam o desempenho escolar. Entre estes aspectos as tecnologias entram em discussão, onde consta que:

É preciso compreender o potencial dessas ferramentas no processo de formação que acontece no universo escolar. Crianças e adolescentes convivem dentro desse universo e, para eles, o uso de redes sociais, jogos em rede, blogs, microblogs e afins, é inerente ao processo de constituição da sua subjetividade. Negar os jogos eletrônicos e as tecnologias no processo de formação humana que acontece na escola seria uma postura infrutífera, uma vez que não possibilitaria reconhecer e permitir aos estudantes desenvolver formas de relação com elas diferentes daquelas presentes no universo não-escolar (SANTA CATARINA, 2014, p. 104).

O computador pode apresentar diferentes possibilidades para o processamento e análise de informações, exploração, experimentação e resolução de problemas que se fazem presentes no dia a dia da sala de aula de Matemática.

Melaré e Wagner ao destacarem que a sociedade caminha para um novo cenário na educação ressaltam que:

Nesta sociedade tecnológica e informacional, as tecnologias interativas aplicadas à educação permitem ampliar a pluralidade de abordagens, atender a diferentes estilos de aprendizagem e, desta forma, favorecer a aquisição de conhecimentos, competências e habilidades (MELARÉ E WAGNER, 2005, p. 74).

Borba, Silva e Gadanidis (2015, p. 17) apontam que as dimensões da inovação tecnológica permitem a exploração e o surgimento de cenários alternativos para a educação e, em especial para o ensino e aprendizagem de Matemática.

Diante disso, a presença das tecnologias informáticas no contexto escolar pode contribuir para o processo de ensino e de aprendizagem se tornar mais atraente, dinâmico e significativo. Portanto, se faz necessário que o professor utilize a Informática como mecanismo dentro do processo de ensino e de aprendizagem, possibilitando assim o enriquecimento da Prática Pedagógica, pois como argumenta Maltempi (2008, p.60), as tecnologias representam uma oportunidade de mudança na educação, em especial da prática docente, onde o centro passa a ser o estudante, e demandas de seu conhecimento.

Os ambientes informatizados que estão chegando à escola podem ser mais explorados e utilizados no ensino, considerando que os professores tenham acesso ou possam contar com condições e material exploratório destes recursos para a sua prática, possibilitando aproveitá-los tendo em vista a qualidade de suas aulas.

Desta forma, a prática docente segundo Fiorentini e Nacarato (2005, p. 50), passa a assumir novas características na escola o que proporciona aos professores inúmeras experiências de interação, comunicação, reflexão, construção e envolvimento na criação de procedimentos pedagógicos.

Para Borba e Penteado (2001, p.13 e p. 17) a relação entre informática e a educação não deve ser pensada de forma dicotômica, mas sim como uma transformação da própria prática educativa, pois sempre há uma dada mídia envolvida na produção do conhecimento, sendo que o acesso à informática na educação deve ser visto não apenas como um direito, mas como parte integrante de um projeto coletivo que prevê a democratização de acessos a tecnologias desenvolvidas por essa mesma sociedade.

Assis e Bezerra (2011, p. 2) apontam que a utilização dos *softwares* em sala de aula deve ser norteada por interesses pedagógicos, pois o mesmo em si, não implica em nenhuma mudança no processo educacional.

Consequentemente, considera-se que os *softwares* são ambientes que ampliam a reflexão sobre significados matemáticos, tendo em vista a resolução de problemas e situações de interação na sala de aula, direcionando o olhar à prática educativa, e suas diferentes dimensões, a partir de um trabalho exploratório.



Neste sentido, Scheffer destaca que estes ambientes informatizados de aprendizagem são considerados como enriquecidos, interativos e orientados:

Quando a informática passa a integrar o ambiente escolar em um processo de interação que envolve o estudante, professor e tecnologias, ela passa a despertar a sensibilidade dos professores quanto à existência de diferentes opções de representação matemática, o que é fundamental para a ocorrência de construções, análises e estabelecimento de relações. (SCHEFFER, 2017, p. 30)

A autora ressalta ainda que o processo de inserção dos recursos tecnológicos na escola está envolvido por uma dinâmica de mudança, ou seja, abrange a prática do professor e sua proposta pedagógica, ao desenvolver um trabalho com ambientes informatizados (SCHEFFER, 2017, p. 38).

Concepções dessa natureza destacam preocupações quanto ao surgimento de estudos e pesquisas que visam redimensionar a educação atual, possibilitando a construção do conhecimento considerando a visualização e a dinamicidade de atividades proporcionadas pela interação com o computador.

#### 4 PERCURSOS METODOLÓGICOS DO ESTUDO

Esse estudo se insere na perspectiva qualitativa, com delineamento bibliográfico, contemplando análise documental de pesquisas científicas, de documentos presentes na base de dados da CAPES nos últimos cinco anos, busca analisar materiais que não receberam um tratamento analítico, ou que ainda podem ser reelaborados de acordo com os objetivos do trabalho (GIL, 2008, p. 51). A abordagem bibliográfica se caracteriza estado da arte, pois procura levantar trabalhos científicos desenvolvidos a respeito da teoria das representações semióticas e a utilização de TIC no ensino de matemática, o que se segundo Lakatos e Marconi (2003, p. 175) são escritos secundários, transcritos de fontes primárias contemporâneas.

A organização dos dados ocorre a partir da categorização com intuito de responder ao problema e aos objetivos da pesquisa, onde os dados coletados são analisados, por meio da análise categorial do conteúdo, que, conforme Bardin (2011, p. 153), consiste no desmembramento do texto em categorias agrupadas pelo nível de abrangência, conceito matemático, procedimentos metodológicos, utilização de TIC no ensino e aspectos da teoria de Duval apresentados nas pesquisas. A categorização é utilizada para organizar os dados que, segundo Franco (2005, p. 57) é uma operação de classificação de elementos constitutivos de um conjunto por diferenciação, seguida de um reagrupamento baseado em analogias, a partir de critérios definidos.

O tratamento e a análise dos dados consideram as categorias apresentadas na organização que ocorreu em forma de quadros e tabelas, o que para Bardin (2011, p. 47), designa um conjunto de técnicas que visam obter, por procedimentos sistemáticos e objetivos, indicadores que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção, de forma a analisar as contribuições da teoria de Duval para a Educação Matemática, bem como a utilização de TIC para representar de modos diferentes o mesmo objeto matemático.

## 5 DADOS E RESULTADOS EM DEBATE

Para delinear os trabalhos pesquisados, objetos deste estudo, foram realizadas buscas no banco de dissertações da CAPES, e instituições de ensino superior nacionais públicas e particulares, que possuem programas de pós-graduação relacionados à Área de Ensino.

A partir das instituições buscaram-se no *site* de cada uma os trabalhos entre os anos de 2012 a 2017 que abordassem em seu desenvolvimento assuntos relacionados à: Geometria, utilização de Tecnologias da Informação e Comunicação para o Ensino de Matemática e Representações Semióticas, utilizando-se do campo "*Assunto*" da base de dados da instituição. Estes termos-chave poderiam estar abordados isoladamente ou de forma articulada ao longo do trabalho.

Encontrados os trabalhos, procedeu-se a organização e a análise dos mesmos. Foram selecionadas 10 dissertações, que correspondiam aos critérios de busca estipulados, quais foram organizadas de modo explicativo, no Quadro 1, de acordo com o tema de ensino, o nível de abrangência, a metodologia, a utilização de tecnologias (*softwares* ou programas educativos) e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval para a construção de conceitos matemáticos. São indicados por T1 para trabalho 1, T2 para trabalho 2, T3 para trabalho 3 e assim sucessivamente.

As categorias estão descritas a seguir:

- Nível de abrangência: Trabalhos que abordaram pesquisas realizadas em anos escolares, Ensino Fundamental, Ensino Médio e Ensino Superior.
- Conceito matemático: Trabalhos referentes ao ensino de Geometria seja ela, Geometria Plana, Geometria Espacial ou Geometria Analítica.
- Procedimentos Metodológicos utilizados: Atividades escritas e atividades virtuais.
- Tecnologias de Informação e Comunicação: Trabalhos que utilizaram as TIC, como ferramenta complementar ou específica para o ensino de geometria.

- Teoria das Representações Semióticas: Trabalhos que se utilizaram do referencial de Duval para a construção de conceitos matemáticos e a forma como esses foram construídos.

Após a leitura dos trabalhos, procedeu-se com a organização e a análise considerando os resumos, a introdução e a metodologia abordada. A partir dessa leitura foi realizada uma síntese com as principais ideias dos autores, e a organização explicativa dos principais dados, conforme descrito no Quadro 1, contemplando a ordem do trabalho, o nível de abrangência, o conceito matemático abordado, a metodologia desenvolvida na pesquisa, a utilização de tecnologias e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, o que possibilitou a análise dos estudos realizados e um panorama geral das dissertações.

Quadro 1 – Síntese dos dados

| Trabalhos | Nível de Abrangência | Conceito matemático        | Metodologia   | TIC   | Teoria das representações semióticas                                  |
|-----------|----------------------|----------------------------|---|---|---|
| <b>T1</b> | Ensino Fundamental   | Geometria Plana e Espacial | Análise de enunciados de questões desenvolvidas na Prova Brasil.                                | As atividades não utilizam tecnologias.                       | Diferentes representações, apreensão e tratamento.                    |
| <b>T2</b> | Ensino Fundamental   | Geometria Plana            | Atividades escritas e virtuais de sobreposição e justaposição.                                  | Recursos manipuláveis desenvolvidos no GeoGebra.              | Utilização de diferentes linguagens e tratamento.                     |
| <b>T3</b> | Ensino Fundamental   | Geometria Espacial         | Construção de sólidos no <i>software</i> , e em seguida atividades escritas sobre a construção. | Utilização do <i>software</i> Cabri 3D.                       | Representação figural e escrita, e tratamento.                        |
| <b>T4</b> | Ensino Fundamental   | Geometria Plana            | Folhas de atividades e construções geométricas no <i>software</i> .                             | Utilização do GeoGebra convencional e do GeoGebra aplicativo. | Representação gráfica, numérica e escrita, tratamento e conversão.    |
| <b>T5</b> | Ensino Médio         | Geometria Espacial         | Ficha de trabalho, visualização no <i>software</i> e intervenção do professor.                  | Utilização do <i>software</i> GeoGebra.                       | Representação figural, formulação de registros escritos, tratamentos. |

|            |                 |                     |  |  |  |
|------------|-----------------|---------------------|--|--|--|
| <b>T6</b>  | Ensino Médio    | Geometria Plana     | Desenvolvimento de atividades no <i>software</i> através de procedimentos previamente indicados. | Utilização do <i>software</i> GeoGebra.          | Representação figural e tratamento.                                    |
| <b>T7</b>  | Ensino Médio    | Geometria Analítica | Atividades com mídias digitais.  | Utilização do <i>software</i> GrafEq e GeoGebra. | Representações algébrica, numérica e gráfica, conversão.               |
| <b>T8</b>  | Ensino Médio    | Geometria Analítica | Atividades virtuais e atividades escritas.   | Utilização do <i>software</i> GeoGebra.          | Representações numérica, figural e escrita, tratamento.                |
| <b>T9</b>  | Ensino Superior | Geometria Plana     | Atividades com papel, lápis, régua, compasso e mídias digitais.                                  | Utilização do <i>software</i> GeoGebra.          | Representação figural e escrita, conversão, apreensão.                 |
| <b>T10</b> | Ensino Superior | Geometria Plana     | Construções geométricas no <i>software</i> .   | Utilização do <i>software</i> GeoGebra.          | Representação figural e discursiva, tratamento, conversão e apreensão. |

Fonte: Elaborada pelo autor, 2018.

O Quadro 1 apresenta a síntese dos estudos realizados a partir das 10 dissertações analisadas. Diante disso, foi possível construir o Quadro 2, que representa os dados de forma quantitativa.

Quadro 2 – Sistematização quantitativa dos dados

| Nível de abrangência |              |                 | Conceito matemático |                     |                    | Metodologia        |                             |                            | TIC      |        |          | Teoria de Duval |            |           |
|----------------------|--------------|-----------------|---------------------|---------------------|--------------------|--------------------|-----------------------------|----------------------------|----------|--------|----------|-----------------|------------|-----------|
| Ensino Fundamental   | Ensino Médio | Ensino Superior | Geometria Plana     | Geometria Analítica | Geometria Espacial | Exclusivo software | Software e registro escrito | Exclusivo registro escrito | GeoGebra | GrafEq | Cabri 3D | Representações  | Tratamento | Conversão |

|    |    |     |     |    |    |     |    |    |     |    |    |                 |     |     |
|----|----|-----|-----|----|----|-----|----|----|-----|----|----|-----------------|-----|-----|
| T1 | T5 | T9  | T1  | T7 | T1 | T6  | T2 | T1 | T2  | T7 | T3 | T1              | T1  | T4  |
| T2 | T6 | T10 | T2  | T8 | T3 | T7  | T3 |    | T4  |    |    | T2              | T2  | T7  |
| T3 | T7 |     | T4  |    | T5 | T10 | T4 |    | T5  |    |    | T3              | T3  | T9  |
| T4 | T8 |     | T6  |    |    |     | T5 |    | T6  |    |    | T4              | T4  | T10 |
|    |    |     | T9  |    |    |     | T8 |    | T7  |    |    | T5 <sup>1</sup> | T5  |     |
|    |    |     | T10 |    |    |     | T9 |    | T8  |    |    | T6 <sup>2</sup> | T6  |     |
|    |    |     |     |    |    |     |    |    | T9  |    |    | T7              | T8  |     |
|    |    |     |     |    |    |     |    |    | T10 |    |    | T8              | T10 |     |
|    |    |     |     |    |    |     |    |    |     |    |    | T9              |     |     |
|    |    |     |     |    |    |     |    |    |     |    |    | T10             |     |     |

Fonte: Elaborada pelo autor, 2018.

Como se pode observar, das 10 dissertações analisadas, 9 utilizaram algum recurso digital para o ensino de geometria, 3 trabalharam exclusivamente atividades desenvolvidas no *software*, 6 realizaram atividades no *software* e em lápis e papel e 1 somente atividades escritas. Os recursos tecnológicos são os *softwares* matemáticos: GeoGebra, GrafEq e Cabri 3D, sendo o GeoGebra o mais utilizado, aparecendo em 8 trabalhos, estando o GrafEq e o Cabri 3D contemplando apenas 1 cada.

Além disso, 4 são voltados para os anos finais do Ensino Fundamental, 4 para o Ensino Médio e 2 para o Ensino Superior, todas referentes ao ensino de geometria, considerando 5 trabalhos exclusivos em Geometria Plana, 2 exclusivos em Geometria Espacial, 1 em Geometria Plana e Espacial e 2 em Geometria Analítica.

Ainda, todos os trabalhos analisados exibem alguma forma de representação, 8 apresentam ao menos dois registros de representação diferentes, 8 apresentam tratamento em suas atividades e apenas 4 mostram a possibilidade de conversão.

Na sequência, são apresentados de forma mais completa os dados que foram objetos desse estudo, trabalhos coletados no banco de dados da CAPES e de instituições nacionais públicas e privadas, as principais ideias abordadas bem como uma pequena descrição e análise do que apresentam em seu conteúdo.

### T1:

<sup>1</sup> O trabalho apresenta somente um registro de representação.

<sup>2</sup> O trabalho apresenta somente um registro de representação.

**Título:** Design metodológico para análise de atividades de geometria segundo a teoria dos registros de representação semiótica

**Obra:** Dissertação

**Ano:** 2017

**Autor:** Carine Scheifer

**Nível de Abrangência:** Ensino Fundamental I e II

**Conteúdo:** Geometria Plana e Espacial

**Metodologia:** Análise de enunciados de questões desenvolvidas na Prova Brasil

**TIC:** As atividades não utilizam tecnologias

**Teoria de Duval:** Diferentes representações, apreensão e tratamento

Ao longo deste trabalho a autora analisa enunciados de questões que foram desenvolvidas com estudantes do Ensino Fundamental I e II, durante a realização da Prova Brasil. Foi elaborado um quadro compilado de categorias para a análise cognitiva das questões a partir da Teoria dos Registros de Representação Semiótica sobre a Geometria, conforme figura 1.

Figura 1 – Quadro de categorias

| Questão | Nível escolar |     |    | Evolução dos olhares |            |            |          | Apreensões das figuras |            |       |        |            | Conexões entre as apreensões |                   |              |                           | Tipo de registro do enunciado |         |           |         | Tipo de registro para resolução |        |           |         | T. Matemático |          |
|---------|---------------|-----|----|----------------------|------------|------------|----------|------------------------|------------|-------|--------|------------|------------------------------|-------------------|--------------|---------------------------|-------------------------------|---------|-----------|---------|---------------------------------|--------|-----------|---------|---------------|----------|
|         | EF1           | EF2 | EM | Botanista            | Agrimensor | Construtor | Inventor | Perceptiva             | Operatória |       |        | Discursiva | Sequencial                   | Figura Geométrica | Visualização | Heurística e Demonstração | Construção Geométrica         | Figural | Algébrica | Natural | Numérica                        | Figura | Algébrica | Natural |               | Numérica |
|         |               |     |    |                      |            |            |          |                        | Mereol.    | Ótica | Posic. |            |                              |                   |              |                           |                               |         |           |         |                                 |        |           |         |               |          |
|         |               |     |    |                      |            |            |          |                        |            |       |        |            |                              |                   |              |                           |                               |         |           |         |                                 |        |           |         |               |          |
| 1       |               |     |    |                      |            |            |          |                        |            |       |        |            |                              |                   |              |                           |                               |         |           |         |                                 |        |           |         |               |          |
| 2       |               |     |    |                      |            |            |          |                        |            |       |        |            |                              |                   |              |                           |                               |         |           |         |                                 |        |           |         |               |          |
| 3       |               |     |    |                      |            |            |          |                        |            |       |        |            |                              |                   |              |                           |                               |         |           |         |                                 |        |           |         |               |          |
| ...     |               |     |    |                      |            |            |          |                        |            |       |        |            |                              |                   |              |                           |                               |         |           |         |                                 |        |           |         |               |          |

FONTE: Scheiffer, 2017

Esta pesquisa está fundamentada na análise de conteúdo, apresentando de que modo a teoria de Duval pode subsidiar teoricamente a organização do ensino da Geometria, evidenciando, em exemplos de questões da Prova Brasil, a ocorrência das proposições de Duval relativas às ideias da Geometria,

apontando possíveis encaminhamentos para um ensino com o enfoque cognitivo da teoria.

O quadro de categorias criado pela autora pode ser estendido para análises de outros tipos de questões ou resoluções, pois permite uma visão mais ampla do que está sendo valorizado ou deixado de lado no ensino. As atividades em sua maioria apresentam ao menos dois registros de representação: natural e figural, natural e numérico ou figural e numérico.

As atividades são do tipo tradicional, ou seja, em nenhum momento é citado à utilização de recursos alternativos para suas resoluções. Sobre o tratamento ele é evidenciado em algumas atividades, entretanto a conversão não é evidente nos enunciados o que não garante a construção do conceito pelos estudantes, nem mesmo a sua significação.

## **T2:**

**Título:** Perímetro e área: uma engenharia didática utilizando o GeoGebra sob o olhar das representações semióticas

**Obra:** Dissertação

**Ano:** 2015

**Autor:** Paula Gabrieli Santos de Assumpção

**Nível de Abrangência:** Ensino Fundamental II

**Conteúdo:** Geometria Plana

**Metodologia:** Atividades escritas e virtuais de sobreposição e justaposição

**TIC:** Recursos manipuláveis desenvolvidos no GeoGebra

**Teoria de Duval:** Utilização de diferentes linguagens e tratamento

Neste trabalho foram desenvolvidas sequências didáticas construídas no *software* GeoGebra, divididas em 3 blocos de atividades, onde cada bloco tinha uma finalidade e um objetivo específico e buscava desenvolver aspectos relacionados a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval.

Apresenta como problema de pesquisa, o que uma abordagem dinâmica pode contribuir no processo de ensino e aprendizagem de geometria para estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental, relativa aos conceitos de perímetro e área de polígonos, à luz da teoria dos registros de representação



semiótica? A experiência foi realizada com duas turmas do 7º ano do Ensino Fundamental.

As atividades levam os estudantes a fazerem tratamentos entre as figuras geométricas a todo o momento. Entretanto, a respeito da conversão, ela é observada apenas quando os estudantes realizam o cálculo da área e do perímetro das figuras, realizando a transcrição do registro geométrico, figural, para o registro escrito, numérico.

A transcrição da linguagem figural para a natural não aparece claramente ao longo das atividades, desta forma, não é possível identificar se os estudantes de fato realizaram esta conversão. Percebe-se que durante as atividades alguns estudantes conseguiram atribuir significado ao que estava sendo estudado.

### **T3:**

**Título:** O *software* Cabri 3D como instrumento para o ensino de geometria espacial no ensino fundamental

**Obra:** Dissertação

**Ano:** 2016

**Autor:** José Wellington Santos Silva

**Nível de Abrangência:** Ensino Fundamental II

**Conteúdo:** Geometria espacial

**Metodologia:** Construção de sólidos no *software*, e em seguida atividades escritas sobre a construção

**TIC:** Utilização do *software* Cabri 3D

**Teoria de Duval:** Representação figural e escrita, e tratamento

Neste trabalho, foi realizada uma investigação dos recursos do *software* Cabri 3D, suas possibilidades e potencialidades para o ensino e aprendizagem em Geometria, no Ensino Fundamental II, com o propósito de integrá-lo como instrumento pedagógico à prática docente.

Tinha como intuito apresentar uma proposta metodológica que contribuísse para suavizar as dificuldades na aprendizagem da Geometria Espacial. Desta forma, foi desenvolvida uma sequência didática, compreendida

em quatro sessões compostas por construções específicas de sólidos geométricos, desenvolvidas com estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental.

No *software* os estudantes construíam os sólidos geométricos e os manipulavam a fim de melhor visualizar seus elementos e suas características. Após esse procedimento, os estudantes responderam um questionário com questões referentes às características e peculiaridades dos sólidos construídos.

A utilização do *software* serviu para a visualização dos conceitos matemáticos, ficando estritamente no registro figural. E o questionário era um estudo dirigido, ou seja, uma interpretação do que os estudantes haviam feito na tela do computador, escrito apenas em linguagem natural, ou seja, registro escrito.

É possível observar que nas atividades feitas no *software* foram feitos tratamentos, entretanto a conversão não apareceu em nenhuma das atividades. Desta forma, não se pode afirmar que houve aprendizagem significativa segundo teoria de Duval.

#### **T4:**

**Título:** GeoGebra no clique e na palma das mãos: Contribuições de uma dinâmica de aula para Construção de Conceitos Geométricos com Estudantes do Ensino Fundamental

**Obra:** Dissertação

**Ano:** 2017

**Autor:** Marcos Paulo Henrique

**Nível de Abrangência:** Ensino Fundamental II

**Conteúdo:** Geometria Plana

**Metodologia:** Folhas de atividades e construções geométricas no software

**TIC:** Utilização do GeoGebra convencional (desktop) e do GeoGebra aplicativo (versão para *smartphones*)

**Teoria de Duval:** Representação gráfica, numérica e escrita, tratamento e conversão

Neste trabalho, foram elaboradas 11 atividades de geometria plana

sobre conteúdos diferenciados, divididas em 3 momentos: atividades piloto, utilização do GeoGebra convencional e utilização do GeoGebra para smartphones, a duas turmas de anos diferentes do Ensino Fundamental II.

As representações que aparecem neste trabalho se referem ao registro figural ou gráfico nas telas do computador ou celular, e registro escrito feito pelos estudantes participantes na ora de responder as perguntas propostas após a interação com os *softwares*, registro numérico ou linguagem natural.

Procurando responder as questões propostas pelas atividades, os estudantes utilizavam diferentes registros para expressar seus argumentos, utilizando além da linguagem escrita, a linguagem figural, através de desenhos. Ao longo das atividades, a utilização de um registro algébrico relacionando ângulos internos de um polígono ganha destaque, entretanto não é possível identificar se essa relação foi desenvolvida pelos estudantes participantes ou introduzida pelo professor.

Sobre as atividades, elas se apresentaram como facilitadoras na visualização dos conceitos geométricos, podendo ser observado tratamentos e conversões em algumas delas.

#### **T5:**

**Título:** GeoGebra 3D no ensino médio: uma possibilidade para a aprendizagem da geometria espacial

**Obra:** Dissertação

**Ano:** 2016

**Autor:** Caroline Borsoi

**Nível de Abrangência:** Ensino Médio

**Conteúdo:** Geometria Espacial

**Metodologia:** Ficha de trabalho, visualização no *software* e intervenção do professor

**TIC:** Utilização do *Software* GeoGebra

**Teoria de Duval:** Representação figural, formulação de registros escritos, tratamentos

Neste trabalho foram desenvolvidas sequências didáticas divididas em 10 atividades em crescente nível de dificuldade e envolvendo diferentes conceitos da Geometria Espacial, realizadas durante 5 encontros com estudantes do Ensino Médio, onde cada encontro tinha objetivos específicos que buscava desenvolver nos estudantes significação a respeito de conteúdos de Geometria Espacial através da utilização do *software* de geometria dinâmica GeoGebra.

A proposta provocava o desenvolvimento do pensamento geométrico espacial, através da interação dinâmica entre as representações do objeto tridimensional e diferentes planos de corte. As atividades sugerem aos estudantes uma mobilização do 2D para o 3D, que por meio da visualização no *software* se torna mais dinâmica e investigativa. Entretanto não é verificado se de fato eles compreendem essa passagem e constroem significados.

A representação figural é a mais utilizada, realizando ao longo das atividades tratamentos neste sistema de representação. A respeito da conversão, as atividades não levam os estudantes a realizá-la de forma significativa. Quando o assunto tratado é sobre volume, cabe à professora intervir e apresentar a representação algébrica que descreve o volume do sólido estudado, deixando para os estudantes realizarem apenas as substituições numéricas.

Percebe-se que durante as atividades há necessidade de intervenção do professor a todo o momento, pois as atividades por si só não levavam os estudantes a construção dos conceitos geométricos espaciais, dadas através da conversão.

**T6:**

**Título:** Conceitos de geometria plana com *software* GeoGebra: um estudo de caso no Ensino Médio

**Obra:** Dissertação

**Ano:** 2014

**Autor:** Fábio Bernardo da Silva

**Nível de Abrangência:** Ensino Médio

**Conteúdo:** Geometria Plana

**Metodologia:** Desenvolvimento de atividades no *software* através de procedimentos previamente indicados

**TIC:** Utilização do *software* GeoGebra

**Teoria de Duval:** Representação figural e tratamento

Neste trabalho apresenta-se e discute-se o ensino de Geometria Plana na perspectiva da Educação Matemática, visando contribuir na compreensão de conceitos geométricos. O trabalho fundamentou-se em reflexões de autores que pesquisaram a utilização de TIC na Educação Matemática nos processo de aprendizagem da Geometria Plana.

Investiga quais elementos dos conceitos geométrico são percebidos na construção de polígonos, triângulos, quadriláteros, bissetriz e mediatriz, na produção escrita de conhecimentos matemáticos, dos estudantes do Ensino Médio a partir de atividades desenvolvidas no *software* GeoGebra.

A pesquisa foi realizada com estudantes da Terceira Série do Ensino Médio, onde foram planejadas 10 atividades desenvolvidas em 5 encontros, sendo que as atividades de cada encontro tinham conteúdos específicos de geometria espacial para serem trabalhados a partir de atividades exploratórias de geometria plana no *software* GeoGebra. O trabalho foi realizado com uma dupla e um trio de estudantes, e a escolha das estudantes deu-se pelo interesse e comprometimento das mesmas em concluir a pesquisa.

O primeiro encontro serviu para que os estudantes se familiarizassem com o *software* para posteriormente realizarem as atividades de construções geométricas. As atividades se apresentaram como um estudo dirigido, onde por meio do passo a passo os estudantes realizariam as construções.

Sobre as atividades observa-se que as construções geométricas feitas, são realizadas através de um registro escrito, que neste caso não representa a língua materna por se tratar de um procedimento para a construção de figuras geométricas no *software*, desta forma a representação é estritamente figural.

A respeito da conversão, não foi percebida sua utilização ao longo das atividades, exceto em uma fala do autor que sugere a utilização da equação geral da reta, mas que parece ter sido apresentada por ele e não construída pelos estudantes através do registro figural. É possível perceber que a

utilização do *software* favoreceu para que os estudantes conseguissem visualizar alguns conceitos geométricos, e construir significados.

**T7:**

**Título:** A aprendizagem da geometria analítica do Ensino Médio e suas representações semióticas no GrafEq

**Obra:** Dissertação

**Ano:** 2015

**Autor:** Fabrício Fernando Halberstadt

**Nível de Abrangência:** Ensino Médio

**Conteúdo:** Geometria Analítica

**Metodologia:** Atividades com mídias digitais

**TIC:** Utilização do *software* GrafEq e GeoGebra

**Teoria de Duval:** Representações algébrica, numérica e gráfica, conversão

Neste trabalho, estudou-se a compreensão de conceitos e propriedades da Geometria Analítica do Ensino Médio com o uso do *software* GrafEq. Para isso, foi elaborada uma sequência didática que contou com 13 atividades de geometria analítica para estudantes do Ensino Médio, desenvolvidas em 13 encontros que variavam de uma a 5 aulas dependendo do conteúdo abordado, sendo que cada encontro tinha um conteúdo específico a ser trabalhado.

As atividades elaboradas eram sobre os objetos: reta, circunferência e parábola. Com o intuito de propiciar a coordenação entre os registros de representação gráfica e algébrica da Geometria Analítica, as atividades que compõem a sequência didática foram planejadas com o uso do *software* GrafEq, permitindo que o estudante realizasse diversas experimentações envolvendo esses registros. Em algumas atividades faz-se uso do *software* GeoGebra a fim de formalizar propriedades e resultados matemáticos.

Os estudantes participantes já possuíam conhecimentos prévios sobre os conteúdos abordados e desenvolveram as atividades da forma que tinham aprendido. As atividades em sua maioria propuseram a troca de registro de representação ao longo de seu desenvolvimento, e é possível observar a utilização dos registros: algébrico, numérico e gráfico.

Nessas atividades, os estudantes a todo o momento estavam trocando o registro de representação, pois ora era solicitada a transposição do registro algébrico para o gráfico, ora do gráfico para o algébrico, havendo momentos em que os três registros se fizeram presentes, tanto o algébrico, quanto o gráfico e o numérico. Não foi identificada a utilização do tratamento nas atividades.

As atividades não eram interativas, desta forma os estudantes visualizavam no *software* e respondiam as atividades, ou seja, não havia interação entre estudantes-máquina. Em algumas atividades é possível identificar a construção dos conceitos e a possível apreensão de significado.

#### **T8:**

**Título:** Um estudo sobre o uso do GeoGebra na aprendizagem de Geometria Analítica no Ensino Médio

**Obra:** Dissertação

**Ano:** 2016

**Autor:** Girleide Maria da Silva

**Nível de Abrangência:** Ensino Médio

**Conteúdo:** Geometria analítica

**Metodologia:** Atividades virtuais e atividades escritas

**TIC:** Utilização do *software* GeoGebra

**Teoria de Duval:** Representações numérica, figural e escrita, tratamento

Neste trabalho, foi realizada uma abordagem quanti-qualitativa de natureza descritiva, observando a influência do ensino de Matemática aliado a recursos tecnológicos na aprendizagem de alguns conteúdos de Geometria Analítica. Buscou analisar em que medida o *software* GeoGebra contribuiu para a aprendizagem dos conteúdos de ponto e reta.

Foram desenvolvidas atividades com duas turmas do Ensino Médio. Uma turma, trabalhou com atividades em abordagens instrucionista e construcionista utilizando o GeoGebra como recurso de visualização, enquanto a outra trabalhou as atividades em ambiente lápis e papel, compostas por 7 atividades com conteúdos específicos, realizadas em 31 aulas.

Inicialmente foram expostos pela professora conceitos básicos sobre o plano cartesiano, eixos, quadrantes e localização de pontos. Nem todas as atividades são visualizadas ao longo do trabalho, e muitas contam apenas com a descrição da autora. As atividades expostas apresentam: As que utilizam mídias digitais acabaram ficando no registro figural como facilitador da visualização de conceitos, e em alguns momentos aparece a utilização de outros registros como o numérico para representar algumas situações. O registro escrito, ou seja, a linguagem natural aparece várias vezes, como apropriação dos estudantes para explicarem os conceitos trabalhados.

E as que utilizavam lápis e papel, mesmo que muito pouco, tentavam relacionar o registro algébrico com o numérico, mas era no sentido de substituição das letras por números, ou seja, o registro algébrico era visto como uma fórmula, e não como a representação do objeto, feito de outra maneira.

Desta forma, não se pode garantir que os estudantes atribuíram significado quando utilizaram estes registros. Em alguns momentos utilizavam a transposição dos registros numéricos para o figural, através da representação de pontos no plano cartesiano. A utilização do *software* parece ter favorecido a visualização de alguns conceitos.

Foram observadas algumas situações de tratamento dos objetos, mas pouca conversão. Desta forma, mesmo que os resultados alcançados pela autora demonstram ser positivos, não há como garantir se houve aprendizagem significativa ou se eles apenas estavam desenvolvendo um procedimento mecânico.

**T9:**

**Título:** Construções com régua e compasso envolvendo lugares geométricos: Uma proposta dinâmica aliada à Teoria de Registros de Representação Semiótica

**Obra:** Dissertação

**Ano:** 2016

**Autor:** Roberta Lied

**Nível de Abrangência:** Ensino Superior

**Conteúdo:** Geometria Plana



**Metodologia:** Atividades com papel, lápis, régua, compasso e mídias digitais

**TIC:** Utilização do *software* GeoGebra

**Teoria de Duval:** Representação figural e escrita, conversão, apreensão

Neste trabalho, foi elaborada uma sequência didática, composta por 6 atividades de geometria plana, onde o foco estava no estudo de lugares geométricos, tendo como objetivo, investigar a mobilização de registros de representação semiótica por meio de atividades didáticas.

As atividades foram realizadas em dois ambientes de aprendizagem: manualmente em uma folha de papel, podendo ser utilizada régua não graduada e compasso, e em um ambiente informatizado com o auxílio do *software* GeoGebra. Os estudantes participantes, já tinham conhecimento sobre a manipulação no *software* GeoGebra e também possuíam conhecimentos básicos sobre o conteúdo desenvolvido nas atividades.

As atividades possuíam um roteiro explicativo para os estudantes. Eles respondiam as questões no mesmo instante que interagiam com o *software*, ou seja, havia questões em que eles manuseariam os lugares geométricos construídos no GeoGebra para poderem identificar conceitos e realizar seu registro escrito. Desta forma, eles poderiam fazer as construções dos objetos matemáticos através do registro figural e em seguida as transpor através do registro escrito.

Sendo assim, pode-se observar a utilização da conversão feita pelos estudantes, que utilizaram ao menos dois registros de representação para elaboração de conceitos. Além disso, durante as atividades algumas apreensões como, por exemplo: a perceptiva, a discursiva, a sequencial e a operatória são observadas no decorrer das atividades. Tratamentos não são observados nas atividades virtuais nem nas atividades escritas.

**T10:**

**Título:** Geometria dinâmica no ensino de transformações no plano – Uma experiência com professores da Educação Básica

**Obra:** Dissertação

**Ano:** 2012

**Autor:** Margarete Farias Medeiros

**Nível de Abrangência:** Ensino Superior

**Conteúdo:** Geometria Plana

**Metodologia:** Construções geométricas no *software*

**TIC:** Utilização do *software* GeoGebra

**Teoria de Duval:** Representação figural e discursiva, tratamento, conversão e apreensão

Neste trabalho, é apresentada a concepção, implementação e validação de uma proposta para o ensino de transformações geométricas no plano usando o ambiente de geometria dinâmica GeoGebra. A proposta integra Geometria e Arte através da construção de pavimentações do plano e de mosaicos de Escher.

Foi elaborada uma sequência didática, desenvolvida em 6 encontros com professores da Educação Básica tendo como objetivo apresentar uma nova alternativa de trabalho na Geometria escolar e também capacitá-los para o uso de mídias digitais nas suas salas de aula. Os participantes, não tinham conhecimento sobre a manipulação no *software* GeoGebra, desta forma, as atividades eram desenvolvidas de acordo com um passo a passo, ou seja, foi entregue um roteiro para que eles seguissem para realizarem as construções geométricas.

A representação mais utilizada é o registro figural das imagens na tela do computador, onde é possível observar por meio dele uma discussão dos conceitos geométricos, pois através da dinamicidade promovida pela tela do computador os participantes observavam a validade dos conceitos, atribuindo significado ao que se estava estudando.

Os tratamentos estão sempre presentes, pois para cada conceito trabalhado há um tratamento sobre a figura para se chegar a outro. Em algumas atividades é possível observar a passagem da linguagem discursiva para a linguagem figural. Além disso, também se identifica a apreensão sequencial, perceptiva e discursiva.

Após esta organização dos dados, leitura e síntese das principais ideias dos autores, através da categorização dos dados em nível de abrangência, conceito matemático, procedimentos metodológicos usados, utilização de tecnologias de informação e comunicação e Teoria dos Registros de Representação Semiótica, buscou-se responder: O que a teoria dos Registros de Representação Semiótica, tem contribuído para a pesquisa em Educação Matemática na interação com as TIC no período de 2012 a 2017, a partir de pesquisas em nível de pós-graduação *stricto sensu*?

Assim pode-se dizer que a utilização das tecnologias da informação e comunicação aliadas à teoria de Duval pode contribuir para a visualização de conceitos matemáticos referentes ao ensino de geometria, onde o uso do *software* como, por exemplo, o GeoGebra, mais discutido e utilizado nos trabalhos pesquisados, pode se apresentar como um instrumento aliado do professor para a mobilização dos registros semióticos.

Construir ou apreender conceitos matemáticos, segundo Duval, só é possível através da realização de conversões, ou seja, mudança de registro, e através dos trabalhos analisados foi possível perceber que esta atividade nem sempre é alcançada. Realizar essa mobilização em geometria por mais simples que pareça é observada somente no ensino de geometria plana, o que demonstra a dificuldade que se tem em construir uma atividade voltada para o desenvolvimento cognitivo do estudante sem os procedimentos mecânicos e sistemáticos.

## **6 O ENSINO DE GEOMETRIA POR MEIO DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA**

As 10 dissertações selecionadas, foram organizadas e analisadas de acordo com Bardin (2011, p. 153), por meio de um desmembramento do texto em categoriais agrupadas que tratam do tema de ensino, do nível de abrangência, da metodologia utilizada, da utilização de tecnologias (*softwares* ou programas educativos) e da Teoria dos Registros de Representação Semiótica para a construção de conceitos matemáticos, o que é reafirmado por Franco (2005, p. 57) como uma operação de classificação de elementos constitutivos de um conjunto por diferenciação, seguida de um reagrupamento baseado em analogias, a partir de critérios definidos.

A partir da análise dos trabalhos foi investigado e analisado, a contribuição dos registros de representação semiótica para o ensino e aprendizagem da Matemática, considerando o processo de visualização na interação com as TIC, e a utilização de diferentes registros de representação para o ensino de geometria, o que é destacado por Scheffer (2017, p. 30) como fundamental para a ocorrência de construções, análises e estabelecimento de relações.

Desta forma, o tratamento e a análise dos dados consideram as categorias apresentadas na organização que ocorreu em forma de quadros e tabelas, o que para Bardin (2011, p. 47), designa um conjunto de técnicas que visam obter, por procedimentos sistemáticos e objetivos, indicadores que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção. Assim, as categorias são apresentadas e descritas a seguir procurando responder o problema de pesquisa.

### **Categoria 1, Tema de ensino.**

Esta categoria se refere ao estudo de conceitos de geometria plana, espacial e analítica, onde é possível perceber uma predominância em atividades voltadas para o ensino de conteúdos relacionados à Geometria Plana, fato que pode estar relacionado com a familiaridade dos possíveis registros a serem explorados ou com a escolha do *software*, pois como

argumentam Borba, Silva e Gadanidis (2015, p. 17) as dimensões da inovação tecnológica permitem a exploração e o surgimento de alternativas para o ensino e aprendizagem de matemática.

### **Categoria 2, Nível de abrangência.**

Os trabalhos analisados tiveram abrangência dos três níveis de ensino, tais como: anos finais do Ensino Fundamental, Ensino Médio e Ensino Superior. Há uma predominância no desenvolvimento de atividades voltadas aos conteúdos de geometria do Ensino Fundamental e Médio, tendo o Ensino Superior poucas propostas nesta área, motivo que pode estar associado com o desenvolvimento das funções cognitivas do pensamento que estão em fase de ampliação nesta etapa da vida.

### **Categoria 3, Metodologia utilizada.**

No decorrer dos trabalhos, é apresentada de forma diversa, mas é possível perceber que das 10 dissertações, 9 utilizam algum *software* para o ensino de Matemática, sendo que em alguns trabalhos é observada também a utilização de atividades de forma escrita, como um estudo dirigido. Aspectos apontados por Fiorentini e Nacarato (2005, p. 50), como proporcionadores de experiências aos professores de interação, comunicação, reflexão, construção e envolvimento na criação de procedimentos pedagógicos.

### **Categoria 4, Uso de recursos digitais.**

Nos trabalhos analisados observou-se que os *softwares* foram utilizados pela maioria dos autores no desenvolvimento de suas atividades, o que segundo Borba e Penteado (2001, p. 17), mostra uma democratização de acessos a tecnologias desenvolvidas pela sociedade.

Os *softwares* escolhidos para estudar geometria são: GeoGebra, Cabri 3D e GrafEq. O *software* GeoGebra foi o mais utilizado pelos autores para trabalhar conceitos de geometria, seja ela plana, analítica ou espacial, fato que como destaca Assis e Bezerra (2011, p. 2) está norteado em interesses pedagógicos, pois como aponta Melaré e Wagner (2005, p. 74) as tecnologias permitem ampliar a pluralidade de abordagens, atender a estilos diferentes de

aprendizagem, favorecendo a aquisição de conhecimentos e habilidades, devido a dinamicidade e a amplitude de construções e conceitos matemáticos possíveis de se realizar e estabelecer neste *software*.

Além disso, a utilização das TIC se justifica através da oportunidade de mudança na educação, onde como argumenta Maltempi (2008, p.60), o centro passa a ser o estudante, e demandas de seu conhecimento, destacando as tecnologias como influenciadoras no processo de aprender.

### **Categoria 5, A Teoria dos Registros de Representação Semiótica.**

Observou-se a utilização de diferentes registros de representação nos 10 trabalhos pesquisados, pois como a matemática trabalha constantemente com objetos abstratos Duval (2004, p.14) reconhece a necessidade do sujeito em recorrer a sua representação.

Em alguns trabalhos a quantidade de registros é significativa, ou seja, são utilizados, por exemplo, registros escritos, numéricos e figurais o que no contexto da Psicologia Cognitiva, para Duval (2004), contribui no funcionamento cognitivo do pensamento, além de demonstrar uma valorização da representação que pode vir a ser utilizado pelos estudantes. Dessa forma, para Duval isso representa a originalidade da atividade matemática através da possibilidade da troca a todo o momento de registro de representação.

Ainda sobre a teoria de Duval, é possível verificar que as atividades presentes nos trabalhos proporcionam momentos de tratamento entre os conceitos matemáticos, ou seja, são realizadas transformações de representações dentro de um mesmo registro, (DUVAL, 2003, p. 16). Isso quer dizer que as atividades não ficam restritas em um único sistema de representação. A respeito das conversões, elas se apresentam muito reservadas e são observadas em poucas situações.

As atividades cognitivas de conversão e tratamento entre os diferentes tipos de representação são fundamentais para compreender os conceitos matemáticos. Realizar a conversão da representação consiste em transformar o tipo de representação utilizado em outro, mantendo o objeto de estudo o mesmo. Dessa forma, a *Semiose*, apreensão de uma representação semiótica é observada ao longo dos trabalhos, mas a *Noesis*, a apreensão conceitual,

não é significativa durante as atividades, ambas consideradas para Duval como importantes para a compreensão dos conceitos matemáticos.

Sobre o estudo de geometria, Duval (2005, 2011) enfatiza os processos cognitivos requeridos por essa área que preenchem as específicas funções epistemológicas, como por exemplo, a visualização, entendida como a exploração heurística de uma situação complexa.

Diante disso, é possível observar que a utilização das TIC para o ensino de geometria se torna uma ferramenta importante para a visualização dos conceitos matemáticos. A utilização de *softwares* dinâmicos permite a troca de registro, onde é possível passar da representação geométrica para a sua representação algébrica, no instante da construção do objeto, o que favorece o processo de conversão. Através dela, é possível estabelecer relações entre a linguagem escrita, algébrica, numérica e geométrica favorecendo o ensino e aprendizagem dos conteúdos geométricos.

Assim, se observa que a teoria dos Registros de Representação Semiótica, do francês Raymond Duval pode contribuir para a pesquisa em Educação Matemática na interação com as Tecnologias da Informação e Comunicação no sentido de proporcionar ao estudante uma alternativa de viabilizar os conceitos matemáticos com a utilização de um ambiente dinâmico, levando o estudante a se apropriar da representação, utilizando diferentes formas de registro, sejam eles, escritos, algébricos, figurais ou numéricos, observando conexões para realizar tratamentos a fim dar significado aos conceitos através da conversão.

## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A teoria de Raymond Duval sobre os Registros de Representação Semiótica é bastante complexa, extensa e repleta de termos específicos de uma abordagem cognitiva de aprendizagem. Neste trabalho o termo Registro de Representação Semiótica foi utilizado de acordo com as ideias de Duval para indicar representação como, por exemplo, escrito em língua natural, escrita algébrica, tabelas, gráficos cartesianos e figuras, considerado semiótico o registro que permite formação de uma representação identificável, tratamento e conversão.

De maneira geral, os conteúdos apresentados nas pesquisas das dissertações são voltados para o ensino e fundamentados na Teoria dos Registros de Representação Semiótica, tendo como tema de pesquisa alguns aspectos específicos da aprendizagem da Geometria, que são explorados de maneira aprofundada. Porém, o grande diferencial deste trabalho é o fato de verificar a importância dos aspectos da teoria de Duval para o ensino e a aprendizagem em Matemática, através da utilização de recursos informatizados, pois, Duval (2005, 2011) enfatiza o processo de visualização acerca do estudo de geometria, e através de recursos digitais ela pode ser explorada em situações complexas.

As considerações descritas partem dos subsídios apresentados pela Teoria dos Registros de Representação Semiótica na utilização de um recurso computacional. Duval (2003, p.21) ressalta que no processo de ensino e aprendizagem de qualquer conteúdo matemático envolvido, diferentemente dos outros domínios do conhecimento científico, o acesso aos objetos passa necessariamente por representação semiótica, o que explica por que a evolução dos conhecimentos matemáticos conduziu ao desenvolvimento e à diversificação de registros de representação. Desta forma, a utilização das mídias digitais pode auxiliar nesse processo ampliando as práticas de ensino que favoreçam a aquisição de saberes relativos ao estudo de geometria, pois esta área do conhecimento matemático precisa estar mais presente nas aulas de Matemática na Educação Básica.



Particularmente, nesta pesquisa, atividades práticas para o fortalecimento dos conteúdos matemáticos foram observadas, a partir de uma análise de trabalhos que proporcionavam por meio da exploração dos registros de representações semiótica, conhecimentos referentes à Geometria Plana, Espacial e Analítica, que se apresentaram segundo a teoria de Duval como representações identificáveis, ou seja, composição de um texto, desenho de uma figura geométrica, elaboração de um esquema, expressão de uma fórmula, respeitando regras para assegurar, em primeiro lugar, as condições de identificação e de reconhecimento da representação e, em segundo lugar, a possibilidade de sua utilização para tratamentos.

O estudo teve por objetivo investigar e analisar a contribuição dos Registros de Representação Semiótica para o ensino e a aprendizagem da Matemática, considerando o processo de visualização na interação com as TIC, e a utilização de diferentes registros de representação para o ensino de geometria.

De acordo com os resultados encontrados pode-se dizer que os objetivos do estudo e a questão inicialmente colocada foram alcançados, observando que a teoria dos Registros de Representação Semiótica tem contribuído para a pesquisa em Educação Matemática na interação com as TIC no sentido de proporcionar ao estudante uma alternativa de viabilizar os conceitos matemáticos com a utilização de um ambiente dinâmico, ou seja, são capazes de promover a *Semiose*, levando o estudante a se apropriar da representação. Entretanto, por si só, as TIC não são capazes de construir a *Noesis*, significados atribuídos à variação do registro, seja ele, escrito, algébrico, figural ou numérico, cabendo ao professor elaborar conexões para oportunizar os tratamentos a fim dar significado aos conceitos através da conversão.

A opção de utilizar um *software* para o ensino de geometria pode proporcionar ao estudante uma participação entusiasmada e engajada para o estudo da Matemática, uma vez que permite enxergá-la através de uma dinamicidade com os movimentos na tela do computador, trazendo autonomia crescente através da realização de atividades, tanto relacionada ao conteúdo matemático, quanto ao uso do recurso computacional.

Para o professor educador, como apontado por Scheffer (2017, p. 30), a utilização da informática está envolvida por uma dinâmica de mudança, onde o trabalho com ambientes informatizados passa a despertar a sensibilidade quanto à existência de diferentes opções de representação matemática, o que é fundamental para a ocorrência de construções, análises e estabelecimento de relações.

Além disso, é necessário compreender o potencial dessas ferramentas no processo de formação no universo escolar, uma vez que crianças e adolescentes convivem dentro desse universo, permitindo aos estudantes desenvolver formas de relação diferentes daquelas presentes no universo não escolar, pois como destaca Melaré e Wagner (2005, p. 74) as tecnologias interativas aplicadas à educação permitem ampliar a pluralidade de abordagens, atender a diferentes estilos de aprendizagem e, desta forma, favorecer a aquisição de conhecimentos, competências e habilidades.

Reconhece-se como fundamental para o desenvolvimento da pesquisa, as reflexões trazidas pela Teoria dos Registros de Representação Semiótica, a qual amparou teoricamente a coleta, organização e análise dos dados deste estudo. Através deste trabalho foi possível verificar a possibilidade de articulação dessa teoria com o uso dos *softwares*, pois como apontam Assis e Bezerra (2011, p. 2) a utilização deles deve ser norteada por interesses pedagógicos, elaborando atividades que podem viabilizar a coordenação de diferentes registros de representação semiótica, uma vez que as dimensões da inovação tecnológica permitem a exploração e o surgimento de cenários alternativos para o ensino e aprendizagem de matemática (BORBA, SILVA e GADANIDIS, 2015, p. 17).

Cabe ressaltar a importância de integrar atividades que visem contemplar as diferentes apreensões e o modo de ver as figuras, distinguidas por Duval (2005), realizando uma integração entre as apreensões a fim de relacionar, interpretar, modificar e construir conceitos geométricos.

Os significados nem sempre aparecem claros, o que dificulta a construção do conhecimento, ou seja, chegar à *Noesis*, pois, em sua teoria, Duval esclarece que o trabalho com as representações semióticas é fundamental, mais ainda que não existe *Noesis* sem *Semiose* e que a união

das ações de representar, fazer tratamentos, fazer conversões, sobre os conceitos é a construção do conhecimento matemático.

Foi possível evidenciar que os trabalhos contemplam em sua maioria a articulação do registro figural e o registro escrito por meio dos recursos manipuláveis construídos em algum *software*, que muitas vezes trazem incompleta as especificidades da aprendizagem da Geometria. Mesmo as que aparecem em maior quantidade, por exemplo, os que abordam o registro figural, contemplam de forma superficial a articulação entre tratamento e conversão.

## REFERÊNCIAS

ASSIS, C. C.; BEZERRA, M. C. A. **Formação continuada de professores de Matemática: integrando softwares educativos à prática docente.** In: COMITÊ INTERAMERICANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – CIAEM-ACME, 13., 2011. **Anais...**Recife, 2011.

ASSUMPÇÃO, P. G. S. **PERÍMETRO E ÁREA: UMA ENGENHARIA DIDÁTICA UTILIZANDO O GEOGEBRA SOB O OLHAR DAS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS.** 2015. 232 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2015.

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo.** 70. ed. São Paulo, 2011.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática.** Coleção tendências em Educação Matemática. Autêntica: Belo Horizonte, 2001.

BORBA, M. C.; SILVA, R. S.; GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: Sala de aula e internet em movimento.** Belo Horizonte: Autêntica, 2015. – (Coleção Tendências em Educação Matemática)

BORSOI, C. **GEOGEBRA 3D NO ENSINO MÉDIO: UMA POSSIBILIDADE PARA A APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA ESPACIAL.** 2016. 158 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Ensino de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2016.

**BRASIL.** Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares Nacionais: matemática/Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf> Acesso em: 05 de out. 2017.

DAMM, R. F. **Registros de Representação** In: MACHADO, S. D. A. (Org.), Educação matemática: uma (nova) introdução. São Paulo: EDUC, 2010, p.167-188.

DUVAL, R. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento.** Tradução de MORETTI, M. T. Revemat, v. 7,n.2, Florianópolis: 2012. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat> Acesso em: 09 nov. 2017.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D.A. (Org.) **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica.** Campinas: Papius, 2003, p.11-33.

DUVAL, R. **Semiosis y Pensamiento Humano: Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales**. Universidad del Valle: PeterLang, 2004.

DUVAL, R. Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie: développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. In: **Annales de didactique et sciences cognitives**, 2005. p. 5-53.

DUVAL, R. **Ver e ensinar a matemática de outra forma: Entrar no modo matemático de pensar os registros de representações semióticas**. Tradução de Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011.

FIORENTINI, D.; NACARATO, A. M. (orgs.). **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática: investigando e teorizando a partir da prática**. São Paulo: Musa Editora: GEPPM-PRAPEM-FE/UNICAMP, 2005.

FRANCO, M. L. P. B. **Análise de conteúdo**. 2.ed. Brasília: Liber Livro Editora, 2005.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. São Paulo: Atlas, 2008.

HALBERSTADT, F. F. **A APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA ANALÍTICA DO ENSINO MÉDIO E SUAS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS NO GRAFEQ**. 2015. 173 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Educação Matemática e Ensino de Física, Área de Concentração em Educação Matemática, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2015.

HENRIQUE, M. P. **GeoGebra no Clique e na palma das mãos: Contribuições de uma dinâmica de aula para Construção de Conceitos Geométricos com Estudantes do Ensino Fundamental**. 2017. 180 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, 2017.

**História da filosofia**. Disponível em: <http://www.webdianoia.com/glosario/display.php?action=view&id=233> Acesso em: 28 nov. 2017.

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. A. **Fundamentos da metodologia científica**. 5. Ed. São Paulo: Atlas, 2003.

LIED, R. **CONSTRUÇÕES COM RÉGUA E COMPASSO ENVOLVENDO LUGARES GEOMÉTRICOS: UMA PROPOSTA DINÂMICA ALIADA A TEORIA DE REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA**. 2016. 94 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Educação Matemática e Ensino de Física, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2016.

MALTEMPI, M. V. Educação Matemática e Tecnologias Digitais: Reflexões sobre prática e formação docente. In: **Acta Scientiae**. vol.10, São Paulo, 2008.

MEDEIROS, M. F. **GEOMETRIA DINÂMICA NO ENSINO DE TRANSFORMAÇÕES NO PLANO – uma experiência com professores da Educação Básica**. 2012. 172 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Ensino de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

MELARÉ, D. V. B.; WAGNER, A. J. OBJETOS DE APRENDIZAGEM VIRTUAIS: MATERIAL DIDÁTICO PARA EDUCAÇÃO BÁSICA. In: **Revista Latino americana de Tecnologia Educativa. Universidad de Extremadura**. Espanha: v. 4, n. 2, p. 73-84. Disponível em: <http://relatec.unex.es/issue/view/11>. Acesso em: 22 de out. 2017.

MORETTI, M. T. **O papel dos registros de representação na aprendizagem de matemática**. 2002. Disponível em <https://siaiap32.univali.br/seer/index.php/rc/article/viewFile/180/152> Acesso em: 05 de out. 2017.

**SANTA CATARINA**. Secretaria de Estado de Educação. Proposta curricular de Santa Catarina: Formação integral na Educação Básica/ Estado de Santa Catarina, Secretaria de Estado de Educação, 2014.

SCHEFFER, N. F. **Tecnologias digitais e representação matemática de movimentos corporais**. Curitiba: Appris, 2017.

SCHEFFER, N.F. **Desenvolvimento de objetos virtuais de aprendizagem, análise de representação e argumentação no contexto da Educação Básica** (Projeto de pesquisa). Universidade Federal da Fronteira Sul. Chapecó, 2015.

SCHEIFER, C. **DESIGN METODOLÓGICO PARA ANÁLISE DE ATIVIDADES DE GEOMETRIA SEGUNDO A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA**. 2017. 148 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós Graduação em Educação, Setor de Ciências Humanas, Letras e Artes, Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2017.

SILVA, F. B. **CONCEITOS DE GEOMETRIA PLANA COM SOFTWARE GEOGEBRA: UM ESTUDO DE CASO NO ENSINO MÉDIO**. 2014. 96 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Educação nas Ciências, Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí, 2014.

SILVA, G. M. **UM ESTUDO SOBRE O USO DO GEOGEBRA NA APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA ANALÍTICA NO ENSINO MÉDIO**. 2016. 179 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação Profissional em Educação, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2016.

SILVA, J. W. S. **O SOFTWARE CABRI 3D COMO INSTRUMENTO PARA O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL NO ENSINO FUNDAMENTAL**. 2016.

117 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2016.